

Анализ пофазной синусоидальной ШИМ с натуральной выборкой

Берестов В.М. ¹

¹ 630088, Россия, Новосибирск, Сибиряков – Гвардейцев, 51/3,
ЗАО "ЭРАСИБ"
Тел./факс + 7(383) 3422420 E-mail: berestov@erasib.ru

Введение

В работе наглядно показана причина ограниченного линейного диапазона изменения выходного напряжения при синусоидальной ШИМ. Этой причиной является смещение середины импульса напряжения на нагрузке относительно середины интервала дискретности, изменяющееся с частотой третьей гармоники и амплитудой пропорциональной глубине модуляции. Аналитически строго синтезируется сигнал третьей гармоники, который необходимо прибавить к трем заданным модулирующим напряжениям для того, чтобы зафиксировать импульс напряжения на нагрузке в середине, конце, либо начале интервала дискретности, что расширяет линейный диапазон изменения напряжения на нагрузке в $\frac{2}{\sqrt{3}}$ раз.

Полученные аналитические выражения среднего и действующего значений токов инвертора являются полезной для разработчика информацией при выборе элементов силовой части инвертора.

Основная часть

Показанный на рис. 1 инвертор напряжения генерирует низкочастотное выходное напряжение регулируемой амплитуды и частоты. Среди различных методов импульсной модуляции наибольшее распространение получил метод синусоидальной широтно-импульсной модуляции (ШИМ) благодаря его фиксированной частоте коммутации и простоте реализации. При синусоидальной ШИМ три заданных синусоидальных напряжения сравниваются с высокочастотным треугольным опорным напряжением и моменты их пересечения определяют моменты коммутации ключей в стойках инвертора. Этот метод легко может быть реализован как в аналоговом, так и в цифровом виде. Почти все контроллеры, доступные сегодня на рынке, позволяют осуществить цифровую реализацию синусоидальной ШИМ.

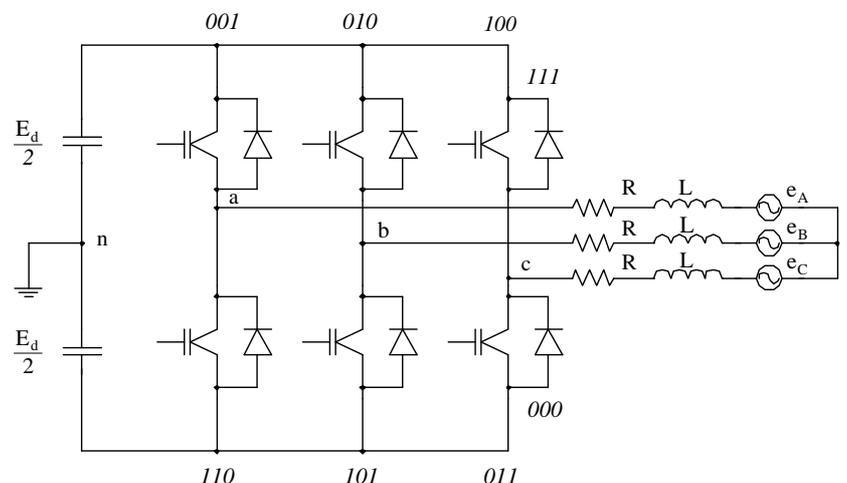


Рис.1. Инвертор напряжения

Трёхфазная симметричная система заданных напряжений V_{abcs}^*

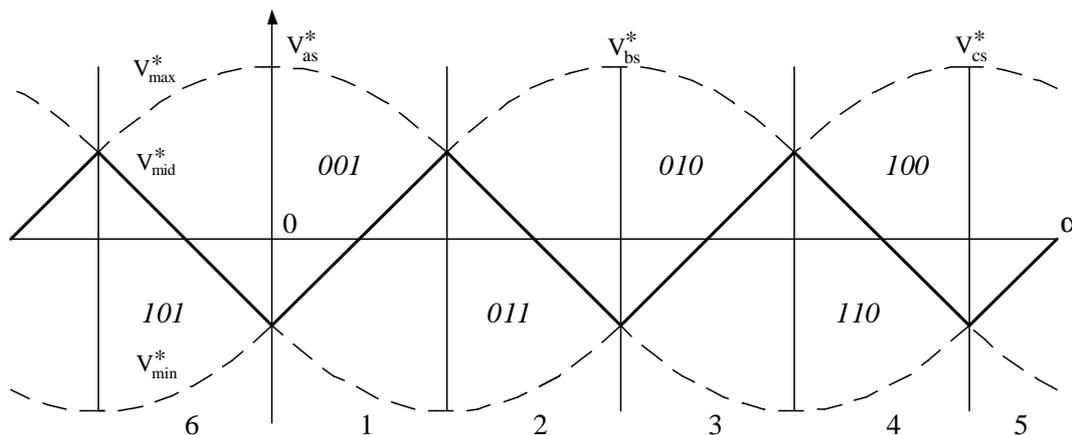


Рис. 2. Система заданных напряжений V_{abcs}^*

Система заданных напряжений характеризуется:

амплитудой - V_m^* и

фазой - α ,

частотой - ω , так что $\alpha = \omega \cdot t$;

$$V_{as}^* = V_m^* \cdot \cos \alpha, \quad V_{bs}^* = V_m^* \cdot \cos\left(\alpha - \frac{2\pi}{3}\right), \quad V_{cs}^* = V_m^* \cdot \cos\left(\alpha - \frac{4\pi}{3}\right).$$

Верхнюю и нижнюю границы кривых трёхфазной системы заданных напряжений V_{as}^* , V_{bs}^* и V_{cs}^* обозначим V_{max}^* и V_{min}^* соответственно. Кривую промежуточных между V_{max}^* и V_{min}^* значений трёхфазной системы заданных напряжений V_{as}^* , V_{bs}^* и V_{cs}^* обозначим V_{mid}^* .

Трёхфазная система заданных напряжений V_{as}^* , V_{bs}^* и V_{cs}^* (её графическое обозначение) может быть разбита на 6 секторов длительностью $\Delta\alpha = \frac{\pi}{3}$, внутри которых одно из заданных напряжений V_{as}^* , V_{bs}^* и V_{cs}^* совпадает с V_{max}^* , другое с V_{mid}^* , а третье с V_{min}^* .

Комбинации состояний ключей

Возможные восемь комбинаций состояний ключей в трёх стойках инвертора (рис. 1) можно разбить на три группы.

Нулевые комбинации – это комбинации, при которых выходы всех трёх стоек инвертора А, В и С подключены либо отрицательной (минусовой) шине источника питания (000), либо к положительной (плюсовой) шине источника питания (111).

Положительные комбинации: первая (001), третья (010) и пятая (100) – это комбинации, при которых выход одной стойки инвертора А (001), В (010) или С (100) подключен к плюсовой шине источника питания E_d , а выходы двух других – к минусовой.

Отрицательные комбинации: четвёртая (110), шестая (101) и вторая (011) – это комбинации при которых выход одной стойки инвертора А (110), В (101) или С (011) подключен к минусовой шине источника питания E_d , а выходы двух других – к плюсовой.

При положительных комбинациях напряжение источника питания E_d распределяется между фазами нагрузки следующим образом: $+\frac{2}{3}E_d$ на фазе, подключенной к плюсовой шине и $-\frac{1}{3}E_d$ на фазах, подключенных к минусовой шине. При отрицательных комбинациях -

$-\frac{2}{3}E_d$ на фазе, подключенной к минусовой шине и $+\frac{1}{3}E_d$ на фазах, подключенных к плюсовой шине.

Напряжение смещения нейтрали V_{sn} равно $-\frac{1}{3}\frac{E_d}{2}$ при положительных комбинациях и равно $+\frac{1}{3}\frac{E_d}{2}$ при отрицательных комбинациях.

Очередность существования комбинаций внутри интервала дискретности T_s

На рис. 3 представлены временные диаграммы треугольного опорного напряжения амплитудой V_n на периоде $2T_s$, полюсных напряжений V_{max_n} , V_{mid_n} и V_{min_n} , фазных напряжений V_{max_s} , V_{mid_s} и V_{min_s} и напряжения смещения нейтрали V_{sn} .

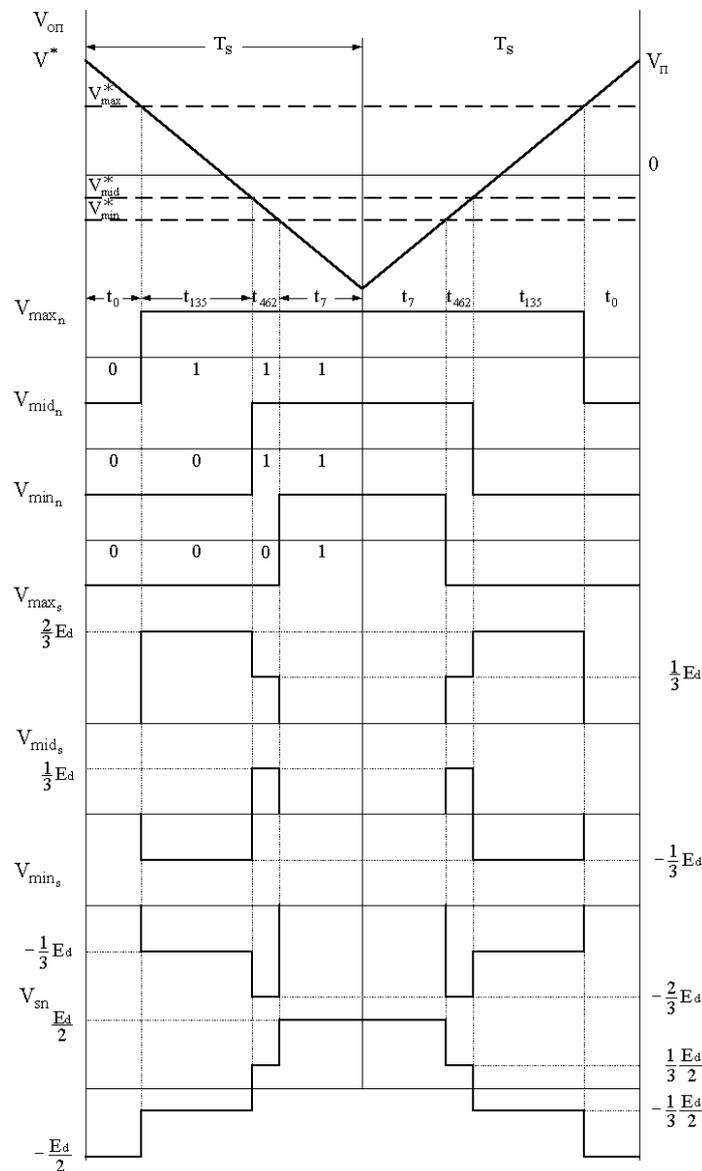


Рис. 3. Временные диаграммы полюсных, фазных напряжений и напряжения смещения нейтрали

Обозначим отношение амплитуды заданных напряжений - V_m^* к амплитуде треугольного опорного напряжения - V_n индексом M - глубина модуляции.

На интервале времени t_0 выходы всех трех стоек инвертора подключены к минусовой шине источника питания E_d . При этом мгновенные значения полюсных и фазных напряжений, а также напряжение смещение нейтрали принимают следующие значения:

$$\begin{aligned} V_{\max_n} &= -\frac{E_d}{2}; & V_{\max_s} &= 0; & V_{sn} &= -\frac{E_d}{2}; \\ V_{\text{mid}_n} &= -\frac{E_d}{2}; & V_{\text{mid}_s} &= 0; \\ V_{\min_n} &= -\frac{E_d}{2}; & V_{\min_s} &= 0; \end{aligned}$$

С момента времени пересечения кривой пилообразного опорного напряжения с кривой V_{\max}^* выход той стойки инвертора, для которой заданное напряжение совпадает с V_{\max}^* , подключен к плюсовой шине источника питания, а выходы двух других стоек - к минусовой шине, т.е. имеет место одна из трех положительных комбинаций 001, 010 или 100 с длительностью комбинации t_{135} . При этом мгновенные значения полюсных и фазных напряжений, а также напряжение смещение нейтрали принимают следующие значения:

$$\begin{aligned} V_{\max_n} &= +\frac{E_d}{2}; & V_{\max_s} &= +\frac{2}{3}E_d; & V_{sn} &= -\frac{1}{3}\frac{E_d}{2}; \\ V_{\text{mid}_n} &= -\frac{E_d}{2}; & V_{\text{mid}_s} &= -\frac{1}{3}E_d; \\ V_{\min_n} &= -\frac{E_d}{2}; & V_{\min_s} &= -\frac{1}{3}E_d. \end{aligned}$$

С момента времени пересечения кривой пилообразного опорного напряжения с кривой V_{mid}^* выход той стойки инвертора, для которой заданное напряжение совпадает с V_{mid}^* , подключен к минусовой шине источника питания, а выходы двух других стоек - к плюсовой шине, т.е. имеет место одна из трех отрицательных комбинаций 110, 101 или 011 с длительностью комбинации t_{462} . При этом мгновенные значения полюсных и фазных напряжений, а также напряжение смещение нейтрали принимают следующие значения:

$$\begin{aligned} V_{\max_n} &= +\frac{E_d}{2}; & V_{\max_s} &= +\frac{1}{3}E_d; & V_{sn} &= +\frac{1}{3}\frac{E_d}{2}; \\ V_{\text{mid}_n} &= +\frac{E_d}{2}; & V_{\text{mid}_s} &= +\frac{1}{3}E_d; \\ V_{\min_n} &= -\frac{E_d}{2}; & V_{\min_s} &= -\frac{2}{3}E_d. \end{aligned}$$

С момента времени пересечения кривой пилообразного опорного напряжения V_{on} с кривой V_{\min}^* выходы всех стоек инвертора подключены к плюсовой шине источника питания E_d , т.е. имеет место нулевая комбинация 111 длительностью t_7 .

Таким образом, интервал дискретности T_s разбивается на четыре отрезка времени t_0 , t_{135} , t_{462} и t_7 соответствующие выше перечисленным комбинациям состояний ключей в трёх стойках инвертора:

$$\begin{aligned} t_0 &= \frac{T_s}{2} - \frac{V_{\max}^* T_s}{V_n} - \text{длительность нулевой комбинации 000}; \\ t_{135} &= \frac{V_{\max}^* - V_{\text{mid}}^*}{V_n} \frac{T_s}{2} - \text{длительность положительной комбинации 001, 010 или 100}; \\ t_{462} &= \frac{V_{\text{mid}}^* - V_{\min}^*}{V_n} \frac{T_s}{2} - \text{длительность отрицательной комбинации 110, 101 или 011}; \end{aligned}$$

На рис. 5 приведена зависимость длительности комбинаций t_1, t_2, \dots, t_6 и t_{eff} от угла α , которые могут быть представлены в следующем виде:

для *первого* сектора

$$t_1 = \sqrt{3}M \frac{T_s}{2} \sin(\alpha + \frac{2\pi}{3}), \quad t_2 = \sqrt{3}M \frac{T_s}{2} \sin \alpha;$$

для *второго* сектора

$$t_2 = -\sqrt{3}M \frac{T_s}{2} \sin(\alpha - \frac{2\pi}{3}), \quad t_3 = -\sqrt{3}M \frac{T_s}{2} \sin(\alpha + \frac{2\pi}{3});$$

для *третьего* сектора

$$t_3 = \sqrt{3}M \frac{T_s}{2} \sin \alpha, \quad t_4 = \sqrt{3}M \frac{T_s}{2} \sin(\alpha - \frac{2\pi}{3});$$

для *четвертого* сектора

$$t_4 = -\sqrt{3}M \frac{T_s}{2} \sin(\alpha + \frac{2\pi}{3}), \quad t_5 = -\sqrt{3}M \frac{T_s}{2} \sin \alpha;$$

для *пятого* сектора

$$t_5 = \sqrt{3}M \frac{T_s}{2} \sin(\alpha - \frac{2\pi}{3}), \quad t_6 = \sqrt{3}M \frac{T_s}{2} \sin(\alpha + \frac{2\pi}{3});$$

для *шестого* сектора

$$t_6 = -\sqrt{3}M \frac{T_s}{2} \sin \alpha, \quad t_1 = -\sqrt{3}M \frac{T_s}{2} \sin(\alpha - \frac{2\pi}{3}).$$

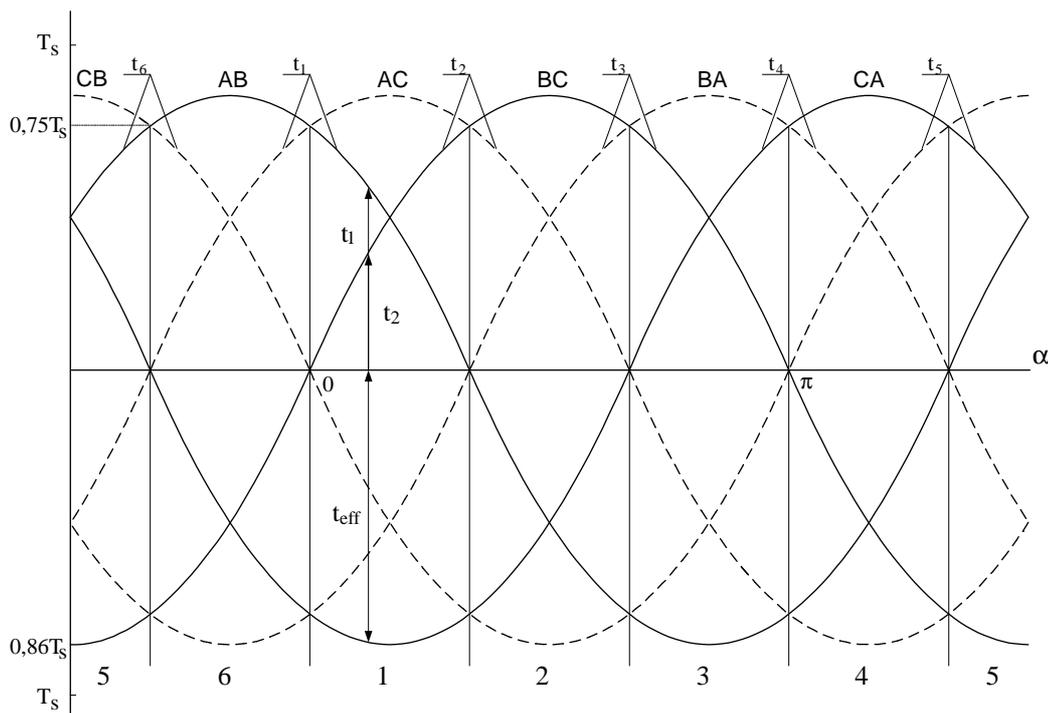


Рис. 5

Средние на интервале дискретности T_s значения фазных напряжений

Средние на интервале дискретности T_s значения фазных напряжений равны:

$$V_{\text{max}_s} = +\frac{2}{3} E_d \frac{t_{135}}{T_s} + \frac{1}{3} E_d \frac{t_{462}}{T_s} = \frac{1}{3} [2t_{135} + t_{462}] \frac{E_d}{T_s};$$

$$V_{\text{mid}_s} = -\frac{1}{3} E_d \frac{t_{135}}{T_s} + \frac{1}{3} E_d \frac{t_{462}}{T_s} = -\frac{1}{3} [t_{135} - t_{462}] \frac{E_d}{T_s};$$

$$V_{\min_s} = -\frac{1}{3} E_d \frac{t_{135}}{T_s} - \frac{2}{3} E_d \frac{t_{462}}{T_s} = -\frac{1}{3} [t_{135} + 2t_{462}] \frac{E_d}{T_s};$$

После подстановки $t_{135} = \frac{V_{\max}^* - V_{\text{mid}}^*}{V_{\Pi}} \frac{T_s}{2}$ и $t_{462} = \frac{V_{\text{mid}}^* - V_{\min}^*}{V_{\Pi}} \frac{T_s}{2}$ с учетом

$V_{\max}^* + V_{\text{mid}}^* + V_{\min}^* = 0$ получим:

$$V_{\max_s} = \frac{V_{\max}^*}{V_{\Pi}} \frac{E_d}{2}; \quad V_{\text{mid}_s} = \frac{V_{\text{mid}}^*}{V_{\Pi}} \frac{E_d}{2}; \quad V_{\min_s} = \frac{V_{\min}^*}{V_{\Pi}} \frac{E_d}{2},$$

т.е. средние на интервале дискретности T_s значения фазных напряжений пропорциональны мгновенным значениям заданных напряжений в моменты выборки, при условии $V_{\max}^* + V_{\text{mid}}^* + V_{\min}^* = 0$.

Поскольку нейтраль нагрузки изолирована, то фазное напряжение на нагрузке (его мгновенное и среднее на интервале дискретности T_s значения) зависят от состояния всех трёх стоек инвертора, т.е. от всех трёх заданных напряжений, а именно от их разностей:

$$t_{135} = \frac{V_{\max}^* - V_{\text{mid}}^*}{V_{\Pi}} \frac{T_s}{2}; \quad t_{462} = \frac{V_{\text{mid}}^* - V_{\min}^*}{V_{\Pi}} \frac{T_s}{2}.$$

Как будет рассмотрено ниже, последнее обстоятельство и определяет тот факт, что прибавление ко всем трём заданным напряжениям V_{\max}^* , V_{mid}^* и V_{\min}^* одного и того же сигнала третьей гармоники не влияет на длительность и среднее значение импульса напряжения на нагрузке, а изменяет лишь расположение импульса внутри интервала дискретности, т.е. изменяет t_0 и t_7 :

$$t_0 = \frac{T_s}{2} - \frac{V_{\max}^*}{V_{\Pi}} \frac{T_s}{2}; \quad t_7 = \frac{T_s}{2} + \frac{V_{\min}^*}{V_{\Pi}} \frac{T_s}{2}.$$

Среднее на интервале дискретности значение напряжения смещения нейтрали

Среднее на интервале дискретности значение напряжения смещения нейтрали нагрузки равно:

$$V_{\text{sn}} = -\frac{1}{3} \frac{(t_{135} - t_{462}) E_d}{T_s} \frac{1}{2} - \frac{(t_0 - t_7) E_d}{T_s} \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \frac{V_{\text{mid}}^*}{V_{\Pi}} \frac{E_d}{2} - \frac{1}{2} \frac{V_{\text{mid}}^*}{V_{\Pi}} \frac{E_d}{2} = 0$$

Как видно из выражения напряжение смещения нейтрали (его среднее на интервале дискретности T_s значение) состоит из двух составляющих. Первая составляющая – это составляющая от напряжений $\mp \frac{1}{3} \frac{E_d}{2}$ за время t_{135} и t_{462} , т.е. за время импульса напряжения на нагрузке. Эта составляющая неизменна и равна $\frac{1}{2} V_{\text{mid}}^* \frac{1}{V_{\Pi}} \frac{E_d}{2}$. Вторая составляющая – это составляющая от напряжений $\mp \frac{E_d}{2}$ в течение времени t_0 и t_7 т.е. времени пауз напряжений на нагрузке. При синусоидальной ШИМ вторая составляющая напряжения смещения нейтрали равна $-\frac{1}{2} \frac{V_{\text{mid}}^*}{V_{\Pi}} \frac{E_d}{2}$ и таким образом среднее на интервале дискретности T_s значение напряжения смещения нейтрали равно нулю.

Таким образом, при синусоидальной пофазной ШИМ с натуральной выборкой средние на интервале дискретности значения полюсных $V_{\max_{\Pi}}$, $V_{\text{mid}_{\Pi}}$, $V_{\min_{\Pi}}$ и фазных V_{\max_s} , V_{mid_s} , V_{\min_s} напряжений совпадают (т.к. $V_{\text{sn}} = 0$), а "гладкие составляющие" этих напряжений повторяют заданные V_{\max}^* , V_{mid}^* , V_{\min}^* .

Введение сигнала третьей гармоники аналогично изменяет полюсные напряжения и напряжение смещения нейтрали, оставляя неизменными фазные напряжения на нагрузке.

Очевидно, что как мгновенные, так и средние на интервале дискретности T_s значения полюсных напряжений V_{an} , V_{bn} и V_{cn} не превышают $\pm \frac{E_d}{2}$. При синусоидальной ШИМ среднее на интервале дискретности T_s значение напряжения смещения нейтрали нагрузки V_{sn} равно нулю. Поэтому при синусоидальной ШИМ средние на интервале дискретности T_s значения фазных напряжений V_{as} , V_{bs} и V_{cs} не превышают $\pm \frac{E_d}{2}$. При этом средние на интервале дискретности T_s значения линейных напряжений V_{ab} , V_{bc} и V_{ca} не превышают $\pm \sqrt{3} \frac{E_d}{2}$.

В то время как максимально возможное линейное напряжение равно E_d , т.е. в $\frac{2}{\sqrt{3}}$ раз выше чем имеет место при синусоидальной ШИМ.

С другой стороны, при синусоидальной ШИМ на границе линейного диапазона (при $M = \frac{V_m^*}{V_{\Pi}} = 1$) скважность импульсов напряжения на нагрузке $\gamma = \frac{t_{\text{eff}}}{T_s}$ изменяется в диапазоне $\gamma = 0.75 \div 0.866$ (рис. 5). При этом максимальное значение скважности импульсов напряжения на нагрузке равно $\gamma_m = \frac{t_{\text{eff}m}}{T_s} = \frac{\sqrt{3}}{2} = 0.866$ т.е. в $\frac{2}{\sqrt{3}}$ раза интервал дискретности недоиспользован по скважности при $M = 1$.

Таким образом, при синусоидальной пофазной ШИМ с симметричным треугольным опорным напряжением, граница линейного диапазона изменения выходного напряжения заканчивается при $M = 1$, когда амплитудное значение полюсного напряжения достигает максимально возможной величины равной $\frac{E_d}{2}$. При этом, как амплитуда линейного напряжения, так и максимальное значение скважности импульсов напряжения на нагрузке составляют $\frac{\sqrt{3}}{2} = 0.866$ от максимально возможных.

Понять возможность расширения линейного диапазона изменения глубины модуляции M вне пределов $0 \div 1$ можно проанализировав расположение внутри интервала дискретности импульса напряжения на нагрузке. Как видно из рис. 6 при синусоидальной ШИМ середина импульса ($\frac{t_{\text{eff}}}{2}$) смещена относительно середины интервала дискретности ($\frac{T_s}{2}$). Это смещение изменяется в функции угла α с частотой третьей гармоники по кривой.

$$T_{\text{см}} = \frac{V_{\text{max}}^*}{V_{\Pi}} \frac{T_s}{2} - \frac{t_{\text{eff}}}{2} = -\frac{1}{2} \frac{V_{\text{mid}}^*}{V_{\Pi}} \frac{T_s}{2}$$

При $M = 1$ (рис. 7) на границах секторов импульс напряжения начинает поочередно касаться, то начала, то конца интервала дискретности, в то время как скважность импульсов $\gamma = \frac{t_{\text{eff}}}{T_s}$ в момент касания принимает минимальное при $M = 1$ значение 0.75.

Дальнейшее увеличение глубины модуляции $M > 1$ (рис. 8) приводит к тому, что импульс напряжения как бы выходит за пределы интервала дискретности. Прибавление к трём заданным напряжениям V_{as}^* , V_{bs}^* и V_{cs}^* одного и того же сигнала третьей гармоники удерживает импульс напряжения на нагрузке либо в середине интервала дискретности T_s ($t_0=t_7$) либо поочередно на краях интервала дискретности T_s ($t_0=0$ либо $t_7=0$) до тех пор, пока $t_{\text{eff}} = \frac{V_m^* \sqrt{3}}{V_{\Pi}} \frac{T_s}{2} \leq T_s$ т.е. расширяет линейный диапазон до $M = \frac{V_m^*}{V_{\Pi}} \leq \frac{2}{\sqrt{3}}$.

Прибавление к трём заданным напряжениям V_{as}^* , V_{bs}^* и V_{cs}^* одного и того же сигнала третьей гармоники одновременно уменьшает амплитуду полюсных напряжений, аналогично смещает потенциал средней точки нагрузки, оставляя неизменными фазные напряжения на нагрузке.

Для того, чтобы расположить импульс напряжения на нагрузке в середине интервала дискретности T_s ($t_0=t_7$) необходимо к трём заданным напряжениям прибавить сигнал третьей гармоники в виде:

$$V_0 = \frac{1}{2} V_{mid}^*$$

Аналоговая реализация с использованием двух диодных выпрямителей для получения сигнала $\frac{1}{2} V_{mid}^*$ из трёх заданных напряжений V_{max}^* , V_{mid}^* , V_{min}^* предложена К.Г King в 1974г. [1]. Десятью годами позже предложена прямая цифровая реализация такого модулятора [2]. Так как при прямой цифровой реализации использовалась пространственно-векторная теория, этот метод получил название – пространственно-векторный способ ШИМ (SVPWM) (рис. 6,7,8). Данный метод является наиболее популярным сегодня.

Для того, чтобы расположить импульс напряжения на нагрузке в начале интервала дискретности ($t_0=0$) либо в конце интервала дискретности ($t_7=0$) необходимо к трём заданным напряжениям прибавить либо $(V_{\pi} - V_{max}^*)$, либо $(-V_{\pi} - V_{min}^*)$. Разрывные методы модуляции, получившие название DPWM1 (рис. 9,а) и DPWM2 (рис. 9,б), получают прибавлением к трём заданным напряжением сигнала третьей гармоники, чередующего через $\frac{\pi}{3}$ значения либо $(V_{\pi} - V_{max}^*)$, либо $(-V_{\pi} - V_{min}^*)$.

Значения входных токов инвертора напряжения

Определим среднее значение входного тока инвертора I_d , действующее значение входного тока инвертора I_e , действующее значение переменной составляющей входного тока инвертора \tilde{I}_e и среднее значение токов диода и транзистора. При анализе будем полагать фазный ток нагрузки синусоидальным:

$$\begin{aligned} i_A &= \sqrt{2}I \cos(\alpha - \varphi); \\ i_B &= \sqrt{2}I \cos(\alpha - \frac{2\pi}{3} - \varphi); \\ i_C &= \sqrt{2}I \cos(\alpha + \frac{2\pi}{3} - \varphi); \end{aligned}$$

, здесь

I - действующее значение тока нагрузки;

φ - фазовый сдвиг тока относительно заданных напряжений.

Последнее справедливо при частоте коммутации $\omega_k = \frac{2\pi}{2T_s}$ значительно большей основной частоты ω .

Если рассматривать интервал дискретности T_s при $\alpha = (0 \div 60^\circ)$, т.е в 1-ом секторе, то в течение времени t_1 :

$$t_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} M \cdot T_s \sin(\alpha + \frac{2\pi}{3})$$

входной ток инвертора $i_{вх}$ равен i_A , так как в течение времени t_1 выход стойки А подключен к плюсовой шине, а выходы двух других стоек к минусовой.

В течение времени t_2 :

$$t_2 = \frac{\sqrt{3}}{2} M \cdot T_s \sin \alpha$$

входной ток инвертора $i_{вх}$ равен $-i_C$, так как в течение времени t_2 выход стоки С подключен к минусовой шине, а выходы двух других стоек к плюсовой.

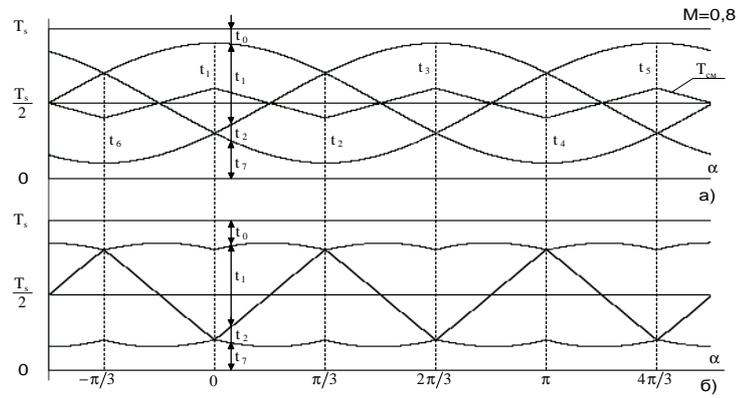


Рис. 6 а) SPWM б) SVPWM

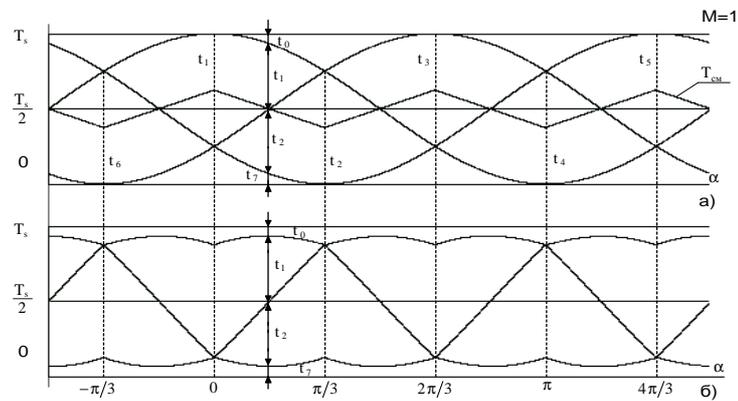


Рис. 7 а) SPWM б) SVPWM

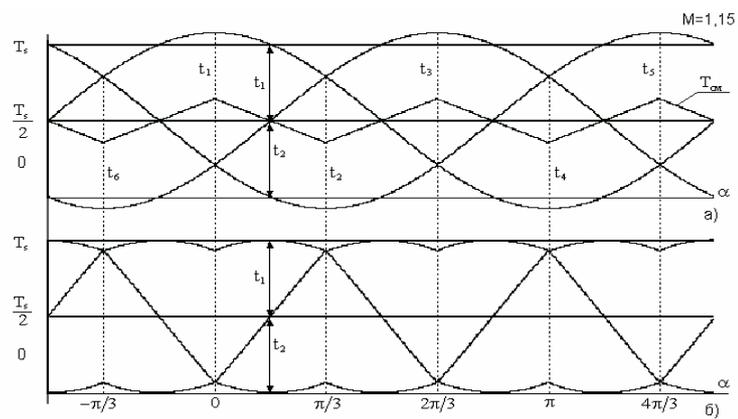
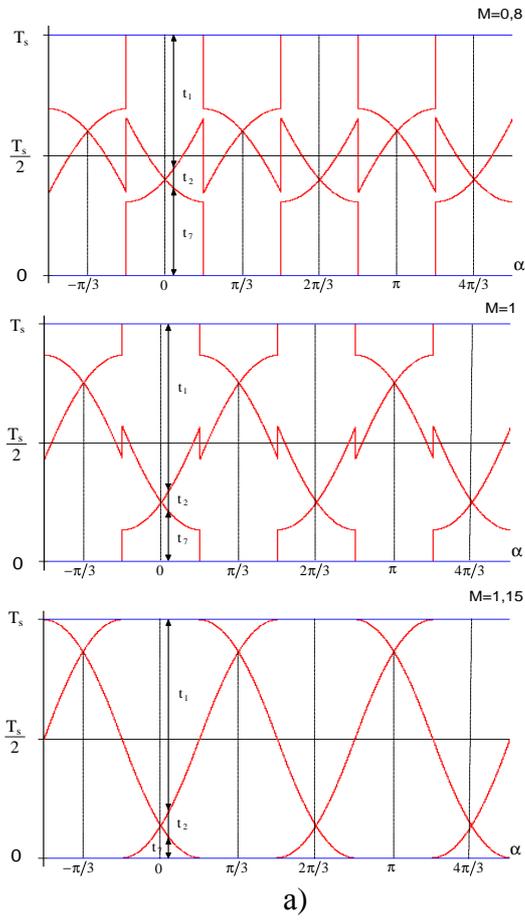
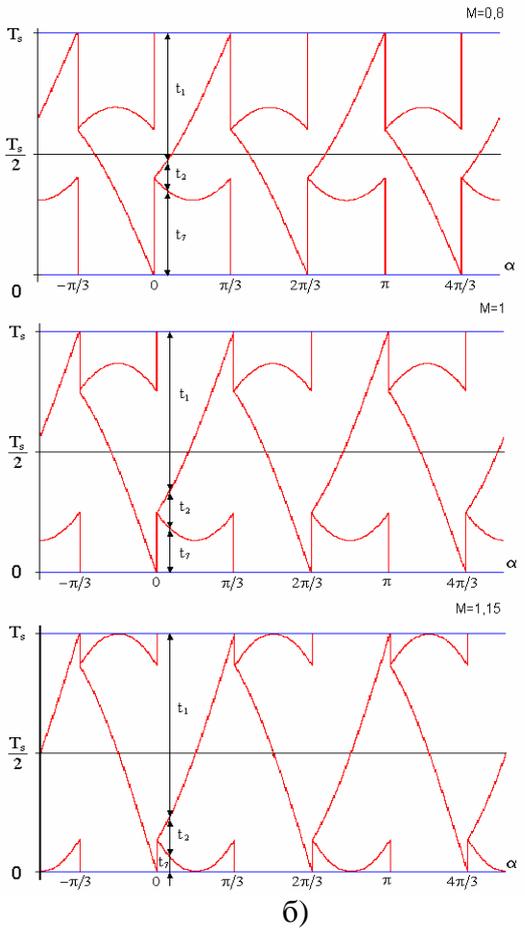


Рис. 8 а) SPWM б) SVPWM



a)



б)

Рис. 9 а) DPWM1, б) DPWM2

Тогда среднее на интервале дискретности T_s значение входного тока инвертора I_d равно:

$$I_d = \frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} i_{вх}(t) dt = i_A \frac{t_1}{T_s} - i_C \frac{t_2}{T_s}.$$

После подстановки выражений для i_A , i_C , t_1 , t_2 получим:

$$I_d = \frac{3}{2\sqrt{2}} M \cdot I \cos \varphi$$

Аналогичный результат может быть получен на основе баланса мощностей между входом и выходом инвертора при пренебрежении потерями в инверторе:

$$E_d I_d = \frac{E_d}{2} \frac{M}{\sqrt{2}} \cdot 3 \cdot I \cos \varphi$$

Среднее на интервале дискретности T_s значение квадрата входного тока инвертора I_d^2 равно:

$$I_d^2 = \frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} i_{вх}^2 dt = \frac{t_1}{T_s} i_A^2 + \frac{t_2}{T_s} i_C^2 ;$$

после подстановки i_A , i_C , t_1 , t_2 получим:

$$I_d^2 = \frac{\sqrt{3}}{2} M \cdot I^2 \left\{ \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) + \cos 2\varphi \cdot \left[\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) + \frac{1}{2} \sin 3\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) \right] - \right. \\ \left. - \sin 2\varphi \cdot \left[\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) + \frac{1}{2} \cos 3\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) \right] \right\}$$

После усреднения I_d^2 на интервале $\alpha = (0 \div 60^\circ)$, т.е. в пределах одного сектора получим:

$$I_{d,av}^2 = \frac{3}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{3}} I_d^2 d\alpha = \frac{3\sqrt{3}}{2\pi} M \cdot I^2 \left[1 + \frac{2}{3} \cos 2\varphi \right]$$

Действующее значение переменной составляющей входного тока инвертора равно:

$$\tilde{I}_d = \sqrt{I_{d,av}^2 - I_d^2} = I \sqrt{M \left[\frac{\sqrt{3}}{2\pi} + \left(\frac{2\sqrt{3}}{\pi} - \frac{9}{8} M \right) \cos^2 \varphi \right]}$$

Зависимость действующего значения переменной составляющей входного тока инвертора в относительных единицах от глубины модуляции M при различных значениях $\cos \varphi$ приведена на рис. 11.

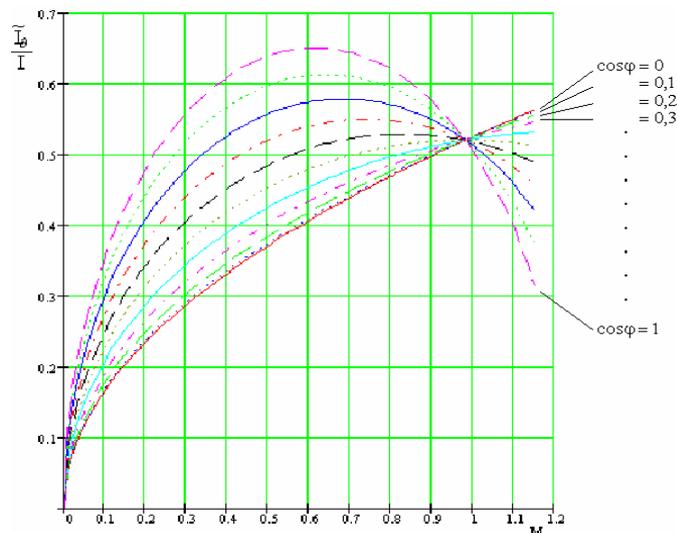


Рис. 11

Средние значения токов транзисторов и диодов

Рассмотрим интервал $\alpha = \varphi - \frac{\pi}{6} \div \varphi + \frac{\pi}{6}$ внутри которого $i_A > 0$, $i_B < 0$ и $i_C < 0$.

При углах α принадлежащих интервалу $\alpha = \varphi - \frac{\pi}{6} \div \varphi + \frac{\pi}{6}$ и одновременно интервалу $\alpha = 0 \div \frac{\pi}{3}$ (1 сектор) интервал дискретности T_s состоит из интервалов t_0, t_1, t_2, t_7 .

Положительный ток нагрузки протекает по верхнему транзистору, если он открыт, либо по нижнему диоду, если верхний транзистор закрыт и открыт нижний транзистор. Отрицательный ток нагрузки протекает по нижнему транзистору, если он открыт, либо по верхнему диоду, если нижний транзистор закрыт и открыт верхний транзистор.

На интервале времени t_0 открыты три нижних транзистора. Положительный ток i_A протекает по нижнему диоду, а отрицательные токи i_B и i_C протекают по нижним транзисторам. На интервале времени t_1 открыт верхний транзистор в стойке А и нижние транзисторы в стойках В и С. Тогда положительный ток i_A протекает по верхнему транзистору, а отрицательные токи i_B и i_C протекают по нижним транзисторам. Аналогичные рассуждения справедливы для интервалов t_2 и t_7 . С учетом вышеизложенного средние на интервале дискретности T_s значения сумм по модулю токов диодов и токов транзисторов равны

$$I_{d\Sigma} = i_A \frac{t_0}{T_s} - i_B \frac{t_2 + t_7}{T_s} - i_C \frac{t_7}{T_s};$$

$$I_{t\Sigma} = i_A \frac{t_1 + t_2 + t_7}{T_s} - i_B \frac{t_0 + t_1}{T_s} - i_C \frac{t_0 + t_1 + t_2}{T_s}.$$

С учетом $i_A + i_B + i_C = 0$ выражения для токов примут вид:

$$I_{d\Sigma} = i_A - \left[i_A \frac{t_1}{T_s} - i_C \frac{t_2}{T_s} \right];$$

$$I_{t\Sigma} = i_A + \left[i_A \frac{t_1}{T_s} - i_C \frac{t_2}{T_s} \right].$$

После подстановки i_A, i_C, t_1, t_2 получим:

$$I_{d\Sigma} = I\sqrt{2} \cos(\alpha - \varphi) - I \frac{3}{2\sqrt{2}} M \cos \varphi;$$

$$I_{t\Sigma} = I\sqrt{2} \cos(\alpha - \varphi) + I \frac{3}{2\sqrt{2}} M \cos \varphi.$$

После усреднения на интервале $\alpha = \varphi - \frac{\pi}{6} \div \varphi + \frac{\pi}{6}$, получим:

$$I_{d\Sigma av} = I \cdot \left[\frac{3\sqrt{2}}{\pi} - \frac{3\sqrt{2}}{4} M \cos \varphi \right]$$

$$I_{t\Sigma av} = I \cdot \left[\frac{3\sqrt{2}}{\pi} + \frac{3\sqrt{2}}{4} M \cos \varphi \right]$$

Полученные выражения для средних и действующих значений токов полностью совпадают с результатами компьютерного анализа токов в трёхфазном инверторе напряжения с ШИМ, полученными в [3].

Литература

1. K. G. King, "A three phase transistor class-b driver inverter with sinewave output and high efficiency," in *Inst. Elec. Eng. Conf.*, 1974, pp. 204-209.
2. H. Van Der Broeck, H. Skudelny, and G. Stanke, "Analysis and realization of a pulse width modulator based on voltage space vectors," in *IEEE-IAS Conf. Rec.*, 1986, pp. 244-251.
3. Robert C. Thurston and Stanislaw F. Legowski, "A Simple and Accurate Method of Computing Average and RMS Currents in a Three-Phase PWM Inverter," *IEEE Trans. on Power Electronics.*, vol. 8. no. 2, pp. 192-199, April 1993.